Vraag	Antwoord	Scores

Afstand tussen twee raaklijnen

1 maximumscore 3

- Uit $\frac{1}{2}x^3 - 4x = 0$ volgt ($x = 0$ of) $\frac{1}{2}x^2 - 4 = 0$ 1
- Hieruit volgt $x^2 = 8$ dus (de x-coördinaten van M en N zijn) $x = -\sqrt{8}\ (= -2\sqrt{2})$ en $x = \sqrt{8}\ (= 2\sqrt{2})$ 1
- De afstand tussen M en N is $2\sqrt{8}\ (= 4\sqrt{2})$ 1

2 maximumscore 7

- $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - 4$ 1
- De richtingscoëfficiënt van k is $f'(-2) = 2$ 1
- Voor lijn k (met vergelijking $y = 2x + b$) geldt ($2 \cdot -2 + b = 4$, dus) $y = 2x + 8$ 1
- (Zij m de lijn loodrecht op k door O, dan is een vergelijking voor m) $y = -\frac{1}{2}x$ 1
- (Voor het snijpunt van k en m geldt) $-\frac{1}{2}x = 2x + 8$ 1
- Hieruit volgt $x = -\frac{16}{5}$ en $y(= -\frac{1}{2} \cdot -\frac{16}{5}) = \frac{8}{5}$ 1
- De afstand tussen k en l is $2 \cdot \sqrt{(\frac{16}{5})^2 + (\frac{8}{5})^2}$ dus de gevraagde afstand is 7,16 1

Vraag	Antwoord	Scores

Over een cirkel gespannen

3 maximumscore 4

- De richtingscoëfficiënt van MD is $(\frac{8-5}{4-0}=)\frac{3}{4}$ 1
- (Omdat voor lijn l moet gelden $\text{rc}_l \cdot \frac{3}{4}=-1$, geldt) $\text{rc}_l=-\frac{4}{3}$
  (dus l heeft een vergelijking van de vorm $y=-\frac{4}{3}x+b$) 1
- Invullen van de coördinaten van $D(4,8)$ in $y=-\frac{4}{3}x+b$ geeft $b=\frac{40}{3}$
  (dus een vergelijking van l is $y=-\frac{4}{3}x+\frac{40}{3}$) 1
- Uit $-\frac{4}{3}x+\frac{40}{3}=0$ volgt $x=10$ (dus de coördinaten van B zijn $(10,0)$) 1

of

- De richtingscoëfficiënt van MD is $(\frac{8-5}{4-0}=)\frac{3}{4}$ 1
- (Omdat voor lijn l moet gelden $\text{rc}_l \cdot \frac{3}{4}=-1$, geldt) $\text{rc}_l=-\frac{4}{3}$ 1
- Vanuit $D(4,8)$ naar de x-as is 8 omlaag, dus met richtingscoëfficiënt
  $-\frac{4}{3}(=-\frac{8}{6})$ is dat 6 naar rechts 1
- Dan volgt $x=(4+6=)10$ (dus de coördinaten van B zijn $(10,0)$) 1

of

- De richtingscoëfficiënt van MD is $(\frac{8-5}{4-0}=)\frac{3}{4}$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door D en $(10,0)$ is $(\frac{8-0}{4-10}=)-\frac{4}{3}$ 1
- $\frac{3}{4}\cdot-\frac{4}{3}=-1$, dus de lijn door D en $(10,0)$ staat loodrecht op MD 1
- Hieruit volgt dat de lijn door D en $(10,0)$ samenvalt met l, dus l snijdt
  de x-as in $B(10,0)$ 1

of

- De driehoeken MED, MDS en BOS (met S het snijpunt van k en l en E
  de projectie van D op de y-as) zijn gelijkvormig 1
- $SM=\frac{5}{3}\cdot 5=\frac{25}{3}$ (en $SD=\frac{5}{3}\cdot 4=\frac{20}{3}$) 1
- $OS=5+\frac{25}{3}=\frac{40}{3}$ 1
- $OB=\frac{\frac{40}{3}}{\frac{20}{3}}\cdot 5=10$ (of $OB=\frac{3}{4}\cdot\frac{40}{3}=10$) (dus de coördinaten van B
  zijn $(10,0)$) 1

4 maximumscore 5

- De lengte van de lijnstukken AC en BD is $\sqrt{(4-10)^2+(8-0)^2}=10$ — 1
- Er geldt $\tan(\frac{1}{2}\angle CMD)=\frac{4}{3}$ — 1
- Hieruit volgt ($\frac{1}{2}\angle CMD \approx 53{,}1°$, dus) $\angle CMD \approx 106°$ — 1
- De lengte van boog CD is $\frac{106}{360}\cdot 2\pi\cdot 5 \approx 9{,}3$ — 1
- Dus de lengte van het touwtje is $(9{,}3+2\cdot 10=)\ 29{,}3$ — 1

of

- De lengte van de lijnstukken AC en BD is $\sqrt{(4-10)^2+(8-0)^2}=10$ — 1
- De tangens van de hellingshoek van MD is $\frac{3}{4}$, dus de hellingshoek van MD is $36{,}9°$ — 1
- Hieruit volgt $\angle CMD\ (=2\cdot(90°-36{,}9°)) \approx 106°$ — 1
- De lengte van boog CD is $\frac{106}{360}\cdot 2\pi\cdot 5 \approx 9{,}3$ — 1
- Dus de lengte van het touwtje is $(9{,}3+2\cdot 10=)\ 29{,}3$ — 1

Zonnepanelen

5 maximumscore 3

- De groeifactoren 1,02; 1,01; 1,07; 1,14; 1,26; 1,03; 1,03; 1,05; 1,08 en 1,06 — 1
- De groeifactor in 10 jaar is $1{,}02\cdot 1{,}01\cdot 1{,}07\cdot 1{,}14\cdot 1{,}26\cdot 1{,}03\cdot 1{,}03\cdot 1{,}05\cdot 1{,}08\cdot 1{,}06 (\approx 2{,}02)$ — 1
- Dit is (ongeveer) 2 (en dus is de prijs (ongeveer) verdubbeld) — 1

6 maximumscore 4

- Voor de gezochte groeifactor geldt $g^{10}=2$ — 1
- De groeifactor per jaar is $\sqrt[10]{2}$ — 1
- Dit is 1,072 — 1
- Dus een groeipercentage van 7,2% per jaar — 1

Opmerking
Als een kandidaat verder rekent met het (niet afgeronde) resultaat van het vorige onderdeel en hiermee op een groeipercentage van 7,3% per jaar komt, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

7 maximumscore 3

- Invullen van de gegevens geeft $13\,000 = \dfrac{19{,}9 \cdot 2250}{7} \cdot ((1+\frac{7}{100})^t - 1)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- ($t \approx 16{,}4$ dus na) 17 (jaar) 1

of

- Beschrijven hoe met behulp van de GR een tabel kan worden gemaakt bij de formule $B = \dfrac{19{,}9 \cdot 2250}{7} \cdot ((1+\frac{7}{100})^t - 1)$ 1
- $t = 16$ geeft $B = 12\,487$ (of nauwkeuriger) en $t = 17$ geeft $B = 13\,809$ (of nauwkeuriger), dus (na) 17 (jaar) 2

8 maximumscore 3

- De waarden 275, 850, 2575, 525, 1850, -975 1
- De waarden berekenen voor de elektriciteitsproductie in de maanden januari tot en met juni 2012: 795, 1645, 4220, 4745, 6595 en 5620 1
- Dit geeft in totaal 23 620 (kWh), dus de gevraagde hoeveelheid is ($45\,000 - 5000 - 23\,620 = 16\,380$ en dat geeft) 16 400 (kWh) 1

Opmerkingen
Voor elk van de uit het toenamediagram af te lezen waarden is een maximale afwijking van 50 (kWh) toegestaan.
Als alleen de waarden juist uit het toenamediagram zijn afgelezen (en de verdere berekening niet in orde is), voor deze vraag maximaal 1 scorepunt toekennen.

De toppen van de grafiek van een gebroken functie

9 maximumscore 5

- $f(x) = \dfrac{2x^2 + 18}{3x} = \frac{2}{3}x + 6x^{-1}$ 1
- $f'(x) = \frac{2}{3} - 6x^{-2}$ 1
- $\frac{2}{3} - 6x^{-2} = 0$ geeft $2x^2 = 18$ 1
- Dit geeft $x = -3$ of $x = 3$ 1
- De coördinaten van A en B zijn $(-3, -4)$ en $(3, 4)$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

Sinus en wortel

10 maximumscore 4

- Uit $1-2\sin(\pi x)=0$ volgt $\sin(\pi x)=\frac{1}{2}$ 1
- Dit geeft $\pi x=\frac{1}{6}\pi\ (+k\cdot 2\pi)$ en $\pi x=\frac{5}{6}\pi\ (+k\cdot 2\pi)$ 2
- (Op het gegeven domein geeft dit de nulpunten) $x=\frac{1}{6}$ en $x=\frac{5}{6}$ 1

11 maximumscore 4

- De periode van f is 2 (en er is geen horizontale verschuiving), dus de x-coördinaten van de toppen zijn $x=\frac{1}{2}$ en $x=\frac{3}{2}$ 2
- P heeft y-coördinaat $(1-2=)-1$ en $g(\frac{1}{2})=(-1+\sqrt{16\cdot\frac{1}{2}-8}=)-1$ (dus P ligt op de grafiek van g) 1
- Q heeft y-coördinaat $(1+2=)\,3$ en $g(\frac{3}{2})=(-1+\sqrt{16\cdot\frac{3}{2}-8}=)\,3$ (dus Q ligt op de grafiek van g) 1

of

- De toppen van de (standaard)grafiek van $y=\sin(x)$ hebben x-coördinaten $\frac{1}{2}\pi$ en $\frac{3}{2}\pi$ 1
- Dus de x-coördinaten van de toppen van de grafiek van $y=\sin(\pi x)$ zijn $x=\frac{1}{2}$ en $x=\frac{3}{2}$ 1
- P heeft y-coördinaat $(1-2=)-1$ en $g(\frac{1}{2})=(-1+\sqrt{16\cdot\frac{1}{2}-8}=)-1$ (dus P ligt op de grafiek van g) 1
- Q heeft y-coördinaat $(1+2=)\,3$ en $g(\frac{3}{2})=(-1+\sqrt{16\cdot\frac{3}{2}-8}=)\,3$ (dus Q ligt op de grafiek van g) 1

12 maximumscore 5

- Uit $-1+\sqrt{16x-8}=0$ volgt $16x-8=1$ 1
- (Dus de x-coördinaat van het snijpunt met de x-as is) $x=\frac{9}{16}$ 1
- $g'(x)=\dfrac{8}{\sqrt{16x-8}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- De gevraagde helling is $g'(\frac{9}{16})=(\dfrac{8}{\sqrt{16\cdot\frac{9}{16}-8}}=)\,8$ 1

Opmerking
Als de kandidaat de kettingregel niet of niet juist heeft gebruikt, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

Tegels stapelen

13 maximumscore 3

- Bij 4 tegels is de maximale overhang $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{11}{12}$ (of 0,92) 1
- Bij 5 tegels is de maximale overhang $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{25}{24}$ (of 1,04) (dus bij 5 tegels) 2

Opmerking
Als de kandidaat bij het eerste respectievelijk tweede bolletje over 3 respectievelijk 4 tegels spreekt, maar verder wel de juiste berekeningen laat zien, hiervoor 1 scorepunt in mindering brengen.

14 maximumscore 4

- De vergelijking $34,54\cdot\log(n-1)+8,658+\dfrac{15}{2(n-1)}+\dfrac{5}{4(n-1)^2}=100$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking (met de GR) kan worden opgelost 1
- (De oplossing van de vergelijking is ongeveer 441,6 dus minstens) 442 tegels 1
- De hoogte van de stapel is minstens $(442\cdot 3=)1326$ (cm) 1

of

- Beschrijven hoe met behulp van de GR bijvoorbeeld een tabel gemaakt kan worden bij formule (1) 1
- $M(441)\approx 99,98$ en $M(442)\approx 100,01$ 1
- (Dus minstens) 442 tegels 1
- De hoogte van de stapel is minstens $(442\cdot 3=)1326$ (cm) 1

15 maximumscore 4

- Het verschil tussen formule (1) en (2) is $\dfrac{15}{2(n-1)}+\dfrac{5}{4(n-1)^2}$ 1
- De vergelijking $\dfrac{15}{2(n-1)}+\dfrac{5}{4(n-1)^2}=0,1$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking (met de GR) kan worden opgelost 1
- (De oplossing van de vergelijking is ongeveer 76,2 dus) $n=77$ 1

of

- Beschrijven hoe (met de GR) het verschil tussen formule (1) en (2) berekend kan worden 1
- Voor $n=76$ is het verschil 0,1002 1
- Voor $n=77$ is het verschil 0,099 (, dus de gevraagde waarde van n is $n=77$) 2

Pluto

16 maximumscore 5

- De vergelijking $0=\sqrt{1500-\frac{15}{16}(x-10)^2}$ moet worden opgelost 1
- Hieruit volgt $1500=\frac{15}{16}(x-10)^2$ 1
- Hieruit volgt $(x-10)^2=1600$ (of $x^2-20x-1500=0$) 1
- Dan volgt $x-10=40$ of $x-10=-40$ (of $(x-50)(x+30)=0$) 1
- Dus $x=50$ of $x=-30$ (en dus is in het perihelium de afstand 30 AE en in het aphelium 50 AE) 1

Opmerking
Als alleen is gecontroleerd dat $(-30, 0)$ *en* $(50, 0)$ *aan de formule voldoen, voor deze vraag geen scorepunten toekennen.*

17 maximumscore 4

- (r is maximaal als geldt) $\cos(\alpha)=-1$ 1
- Dan geldt $r=\dfrac{37,5}{1-0,25}=\dfrac{37,5}{0,75}=50$ 1
- (r is minimaal als geldt) $\cos(\alpha)=1$ 1
- Dan geldt $r=\dfrac{37,5}{1+0,25}=\dfrac{37,5}{1,25}=30$ 1

of

- (r is maximaal als geldt) $\alpha=\pi$ (of 180°) 1
- Dan geldt $r=\dfrac{37,5}{1+0,25\cdot\cos(\pi)}=\dfrac{37,5}{0,75}=50$ 1
- (r is minimaal als geldt) $\alpha=0$ 1
- Dan geldt $r=\dfrac{37,5}{1+0,25\cdot\cos(0)}=\dfrac{37,5}{1,25}=30$ 1

of

- Uit de vergelijking $30=\dfrac{37,5}{1+0,25\cdot\cos(\alpha)}$ volgt $\cos(\alpha)=1$ 1
- $\cos(\alpha)$ is hier maximaal, dus r is dan minimaal 1
- Uit de vergelijking $50=\dfrac{37,5}{1+0,25\cdot\cos(\alpha)}$ volgt $\cos(\alpha)=-1$ 1
- $\cos(\alpha)$ is hier minimaal, dus r is dan maximaal 1

Rakende cirkels

18 maximumscore 3

- De coördinaten van R zijn $(-4, 5)$ en die van T zijn $(p, 0)$ — 1
- De afstand tussen R en T is $\sqrt{(p - -4)^2 + (0-5)^2}$ — 1
- Dit herleiden tot $\sqrt{p^2 + 8p + 41}$ — 1

19 maximumscore 5

- De straal van c is 7 en die van d is 4 — 1
- De afstand tussen c en T is $\sqrt{p^2 + 8p + 41} - 7$ en de afstand tussen d en T is $\sqrt{p^2 - 28p + 260} - 4$ — 1
- (Deze afstanden zijn beide gelijk aan de straal van e en dus gelijk aan elkaar, dus) $\sqrt{p^2 + 8p + 41} - 7 = \sqrt{p^2 - 28p + 260} - 4$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\sqrt{p^2 + 8p + 41} - 7 = \sqrt{p^2 - 28p + 260} - 4$ (met de GR) opgelost kan worden — 1
- Dit geeft $p = 8$ (en dus $T(8, 0)$) en de straal van e is 6 — 1